**DST Mathématiques**

**Durée : 2 heures**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

**EXERCICE 1 :** 3 points

*Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Chaque bonne réponse rapporte 0.5 point, une mauvaise réponse occasionne une perte de 0.25 point et l’absence de réponse 0 point*

1. L’équation différentielle admet pour solutions les fonctions définies sur lR par :
2.  où k est une constante réelle
3. 
4.  où k est une constante réelle
5.  où k est une constante réelle
6. Parmi ces fonctions laquelle est solution de l’équation différentielle :

a) 

b) 

c) 

d) 

1. On considère l’équation différentielle (*E*) : *y’* + 2*y* = 2e-2x, où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur lR, et *y’* la fonction dérivée de *y*.

Parmi ces propositions, la solution particulière *h(x)* de l’équation différentielle (*E*) est :

1. 
2. 
3. 
4. 
5. L’équation différentielle (*E*) :  admet pour solutions les fonctions définies sur lR par :

1.  où C est une constante réelle
2.  où C est une constante réelle
3.  où C est une constante réelle
4.  où C est une constante réelle
5. Soit  la solution particulière d’une équation (E) dont la courbe représentative admet une tangente de coefficient directeur -1 au point d’abscisse 2 alors :
6. 
7. 
8. 
9. 
10. Les solutions de l’équation différentielle : sont les fonctions définies sur lR par :
11.  où C est une constante réelle
12.  où C est une constante réelle
13.  où C est une constante réelle
14.  où C est une constante réelle

**EXERCICE 2 :** 7 points

Une étude statistique a été effectuée afin d’étudier la distance de freinage d’un véhicule en fonction de sa vitesse. Elle a donné les résultats suivants :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Vitesse en km/h | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 | 140 |
| Distance de freinage en m | 0 | 18 | 58 | 120 | 212 | 285 |

1. Représenter le nuage de points associé à la série. Pourquoi la forme du nuage de point ne permet-elle pas d’envisager un ajustement affine ? Donner les coordonnées du point moyen du nuage
2. On procède à un changement de variable suivant : 
3. Compléter le tableau suivant à 0,1 près

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Vitesse en km/h | 0 | 30 | 60 | 90 | 120 | 140 |
|  |  |  |  |  |  |  |

1. Déterminer l’équation de la droite de régression de  en fonction de  en arrondissant les coefficients à 0,01 près
2. Estimer par calcul la distance de freinage pour une vitesse de 50 km/h et vérifier la cohérence sur le graphique en laissant apparents vos tracés
3. Estimer par calcul la vitesse qui correspond à une distance de 150 mètres et vérifier la cohérence sur le graphique en laissant apparents vos tracés
4. Déduire de b. l’expression de en fonction de . La formule trouvée pour est-elle une relativement bonne approximation à de la distance réelle de freinage ? Justifier

**EXERCICE 3 :** 10 points

1. **Résolution d’une équation différentielle**

On considère l’équation différentielle , où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur [-5 ; 5] , et y ’ la fonction dérivée de la fonction *y*.

1. Déterminer les solutions sur [ -5 ; 5] de l’équation différentielle .
2. Soit la fonction définie sur [-5 ; 5] par , où *a* est une constante réelle. Déterminer *a* pour que la fonction soit solution particulière de l’équation différentielle (*E*).
3. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (*E*).
4. Déterminer la solution de l’équation différentielle (*E*) qui vérifie la condition  (0) = 0.
5. **Etude d’une fonction**

Soit la fonction définie sur [-5 ; 5] par . Soit C la courbe représentative de C dans un repère d’unité graphique 2 cm

1. On désigne par ’ la fonction dérivée de la fonctionsur [-5 ; 5]. Déterminer.
2. Etudier le signe desur [-5 ; 5]. En déduire les variations de  sur cet intervalle et dresser son tableau de variations. On précisera les valeurs remarquables de  et
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de en 0.
4. **Calcul intégral**
5. Calculer la valeur exacte de l’intégrale  puis en donner une valeur approchée au centième.
6. En déduire la valeur moyenne de la fonction sur [0; 5].